Урок 2

Тема уроку : Правила знаходження похідних

Підручник з математики для 10-ого класу § 3 п.20

Сьогодні на уроці ви повинні ознайомитись із правилами знаходження похідних та навчитись застосовувати їх при розв'язуванні завдань. Але спочатку перевірте правильність виконання вашого домашнього завдання.

Перевірка домашнього завдання

№ 19.3 Відповідь: 1) $y' = 10x^9$; 2) $y' = -8x^{-9} = \frac{-8}{x^9}$; 3) $y' = \frac{7}{6}x^{\frac{1}{6}}$;
4) $y' = -0{,}2x^{-1{,}2}$.

№ 19.5 Відповідь: 1) $f'(9) = \frac{1}{6}$; 2) $f'\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

№ 19.7 Відповідь: 1) $y' = \frac{1}{9}x^{-\frac{8}{9}} = \frac{1}{9x^{\frac{8}{9}}} = \frac{1}{9\sqrt[9]{x^8}}$; 2) $y' = \frac{5}{6}x^{-\frac{1}{6}} = \frac{5}{6x^{\frac{1}{6}}} = \frac{5}{6\sqrt[6]{x}}$;
3) $y' = -\frac{7}{13}x^{-\frac{20}{13}} = -\frac{7}{13x^{\frac{20}{13}}} = -\frac{7}{13\sqrt[13]{x^{20}}} = -\frac{7}{13x\sqrt[13]{x^7}}$. *Зверніть увагу на те, що у № 19.7 кожен із виразів між знаками «=» є відповіддю. Друга відповідь отримується від першої , використавши властивості степеня з від'ємним показником, а третю відповідь отримуємо з другої, використавши властивості степеня з раціональним показником.*

Перевірте себе, виконавши завдання на відповідність за посиланням https://learningapps.org/9549540

Правила знаходження похідних

Ознайомимося із правилами знаходження похідних, або їх ще називають правилами диференціювання.

1. $(\boldsymbol{Cu'}) = \boldsymbol{Cu'}$, де $C - const$, тобто стала (число). Правило говорить про те, що постійний множник можна виносити за знак похідної.

   Наприклад: $(3x^6)' = 3(x^6)' = 3 \cdot 6x^5 = 18x^5$;

$$\left(5\sqrt{x}\right)' = 5\left(\sqrt{x}\right)' = 5 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{5}{2\sqrt{x}};$$

$$\left(\frac{1}{2}cosx\right)' = \frac{1}{2}(cosx)' = \frac{1}{2}(-sinx) = \frac{-sinx}{2};$$

$\left(\frac{\pi}{x}\right)' = \pi \cdot \left(\frac{1}{x}\right)' = \pi \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right) = \frac{-\pi}{x^2}$ (зауважимо, що π- це число, яке приблизно дорівнює 3,14).

2. $(\boldsymbol{u} \pm \boldsymbol{v})' = \boldsymbol{u}' \pm \boldsymbol{v}'$ Це правило суми: похідна суми (різниці) дорівнює сумі (різниці) похідних.

Наприклад: $(x^5 + tgx)' = (x^5)' + (tgx)' = 5x^4 + \frac{1}{\cos^2 x}$;

$$\left(\sqrt{x} + 3x^2\right)' = \left(\sqrt{x}\right)' + (3x^2)' = \frac{1}{2\sqrt{x}} + 6x.$$

3. $(\boldsymbol{uv})' = \boldsymbol{u}'\boldsymbol{v} + \boldsymbol{u}\boldsymbol{v}'$ Це правило добутку.

Наприклад: $(x \cdot sinx)' = (x)' \cdot sinx + x \cdot (sinx)' = 1 \cdot sinx + x \cdot cosx$;

$$(\left(\frac{15}{x}(2x-3)\right)' = \left(\frac{15}{x}\right)'(2x-3) + \frac{15}{x}(2x-3)' = -\frac{15}{x^2} \cdot (2x-3) + \frac{15}{x} \cdot 2 =$$

$$= -\frac{15(2x-3)}{x^2} + \frac{30}{x}.$$

4. $\left(\frac{\boldsymbol{u}}{\boldsymbol{v}}\right)' = \frac{\boldsymbol{u}'\boldsymbol{v} - \boldsymbol{v}\boldsymbol{u}'}{\boldsymbol{v}^2}$ Це правило частки.

Наприклад:

1) $$\left(\frac{5x-9}{1-2x}\right)' = \frac{(5x-9)'(1-2x) - (5x-9)(1-2x)'}{(1-2x)^2} =$$

$$= \frac{5(1-2x) - (5x-9)(-2)}{(1-2x)^2} = \frac{5 - 10x + 10x - 18}{(1-2x)^2} = \frac{-13}{(1-2x)^2};$$

2) $$\left(\frac{x^2-x}{cosx}\right)' = \frac{\left(x^2-x\right)' cosx - \left(x^2-x\right)(cosx)'}{(cosx)^2} = \frac{(2x-1)cosx - \left(x^2-x\right)(-sinx)}{\cos^2 x} =$$

$$= \frac{(2x-1)cosx + (x^2-x)sinx}{\cos^2 x}.$$

Розв'язування вправ на осимслення та закріплення набутих знань

Щоб зрозуміти та закріпити нові знання, виконайте завдання з підручника. Зауважте, що розписувати дуже детально процес знаходження похідних, як це показано на прикладах вище, не завжди доцільно. Деякі кроки можна пропускати, якщо вони легко виконуються вами усно.

№20.1

1) $y = x^3 - 3x^2 + 6x - 10;\ \ y' = 3x^2 - 6x + 6.$

2) $y = 4x^6 + 20\sqrt{x};\quad y' = 24x^5 + \frac{20}{2\sqrt{x}} = 24x^5 + \frac{10}{\sqrt{x}}.$

3) $y = x^8 + 7x^6 + \frac{4}{x} - 1;\ \ y' = 8x^7 + 42x^5 - \frac{4}{x^2}.$ (похідна будь-якого числа дорівнює нулю)

4) $y = 4sinx - 5cosx;\ \ y' = 4cosx - 5(-cosx) = 4cosx + 5cosx.$

5) $y = tgx - 9x;\ \ y' = \frac{1}{\cos^2 x} - 9.$

6) $y = 2x^{-2} + 3x^{-3};\ \ y' = -4x^{-3} - 9x^{-4}.$

№ 20.3

1) $y = (3x+5)(2x^2-1);$

$$y' = (3x+5)'(2x^2-1) + (3x+5)(2x^2-1)' = 3(2x^2-1) + (3x+5)4x =$$
$$= 6x^2 - 3 + 12x^2 + 20x = 18x^2 + 20x - 3.$$

2) $y = (x+5)\sqrt{x}\,;$

$$y' = (x+5)'\sqrt{x} + (x+5)\left(\sqrt{x}\right)' = 1\cdot\sqrt{x} + (x+5)\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}} = \sqrt{x} + \frac{x+5}{2\sqrt{x}}.$$

3) $y = x^4 cosx;$

$$y' = (x^4)'cosx + x^4(cosx)' = 4x^3cosx + x^4(-sinx) = 4x^3cosx - x^4sinx.$$

4) $y = xtgx;$

$$y' = x'tgx + x(tgx)' = 1\cdot tgx + x\cdot\frac{1}{\cos^2 x} = tgx + \frac{x}{\cos^2 x}.$$

№ 20.5

1) $y = \frac{x-1}{x+1};$

$$y' = \frac{(x-1)'(x+1) - (x-1)(x+1)'}{(x+1)^2} = \frac{1\cdot(x+1) - (x-1)\cdot 1}{(x+1)^2} =$$
$$= \frac{x+1-x+1}{(x+1)^2} = \frac{2}{(x+1)^2}.$$

2) $y = \frac{5}{3x-2};$

$$y' = \frac{5'(3x-2) - 5(3x-2)'}{(3x-2)^2} = \frac{0 \cdot (3x-2) - 5 \cdot 3}{(x+1)^2} = \frac{-15}{(x+1)^2}.$$

3) $y = \frac{x}{x^2-1}$;

$$y' = \frac{x'(x^2-1) - x(x^2-1)'}{(x^2-1)^2} = \frac{x^2 - 1 - 2x^2}{(x^2-1)^2}.$$

4) $y = \frac{x^2}{cosx}$;

$$y' = \frac{(x^2)'cosx - x^2(cosx)'}{\cos^2 x} = \frac{2xcosx + x^2sinx}{\cos^2 x}.$$

5) $y = \frac{3-x^2}{4+2x}$;

$$y' = \frac{(3-x^2)'(4+2x) - (3-x^2)(4+2x)'}{(4+2x)^2} = \frac{-2x(4+2x) - 2(3-x^2)}{(4+2x)^2} =$$

$$= \frac{-8x - 4x^2 - 6 + 2x^2}{(4+2x)^2} = \frac{-2x^2 - 8x - 6}{(4+2x)^2}.$$

6) $y = \frac{x^2-5x}{x-7}$;

$$y' = \frac{(x^2-5x)'(x-7) - (x^2-5x)(x-7)'}{(x-7)^2} = \frac{(2x-5)(x-7) - (x^2-5x)}{(x-7)^2} =$$

$$= \frac{2x^2 - 14x - 5x + 35 - x^2 + 5x}{(x-7)^2} = \frac{x^2 - 14x + 35}{(x-7)^2}.$$

Для тих, хто встигає – виконайте № 20.7.

Якщо пояснення недостатньо чи щось не зрозуміло – скористайтеся додатковими матеріалами.

Домашнє завдання: § 3 п.20, № 20.2; № 20.4; № 20.6; № 20.8 -для тих, хто швидко все опанував.